$D =$

$$Op_G(D) = \{(\mathcal{F}, \mathcal{F}_B, \nabla) \mid \dots\} \overset{\text{пример } SL_n}{=} \left\{ d + \begin{pmatrix} * & * & * & * \\ 1 & * & * & * \\ & 1 & * & * \\ & & \ddots & * \end{pmatrix} dt \right\} \Big/ N[t]$$

$$MOp_G^{gen.}(D) = \left\{ (\mathcal{F}, \mathcal{F}_B, \nabla, \mathcal{F}_{B'}) \;\middle|\; \begin{array}{l} (\mathcal{F}, \mathcal{F}_B, \nabla) - \text{опер} \\ \nabla \text{ сохр. } \mathcal{F}_{B'} \\ \mathcal{F}_B \text{ и } \mathcal{F}_{B'} \text{ в общем полож.} \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ d + \begin{pmatrix} * & & 0 \\ 1 & * & \\ 0 & \ddots & \ddots \\ & & 1 \quad * \end{pmatrix} dt \right\}$$

Предл 1 $MOp_G^{gen}(X) \xrightarrow{\sim} Conn(L\Omega_X^{\rho^\vee})$ – изоморфизм

$$\left\{ d + \begin{pmatrix} * & & 0 \\ 1 & \ddots & \\ 0 & \ddots 1 & * \end{pmatrix} dt \right\} \xrightarrow{\sim} \left\{ d + \begin{pmatrix} * & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & * \end{pmatrix} dt \right\}$$

Предл 2 $MOp_G^{gen}(D) \longrightarrow Op_G(D)$ – главное $N$-расслоение

$$\mathbb{C}[MOp_G^{gen}(D)] \hookleftarrow \mathbb{C}[Op_G(D)]$$

Вопрос: описать образ этого вложения?

---

Обозначения $e_i, h_i, f_i$ – образ. Шев. $\mathfrak{g}$

$\lambda \in \mathfrak{h}^*$

$h_\lambda \in \mathfrak{h} \qquad [h_\lambda, e_i] = (\lambda, \alpha_i) e_i$

Тогда $h_i = h_{\alpha_i^\vee} \qquad \alpha_i^\vee = \frac{2\alpha_i}{(\alpha_i, \alpha_i)}$

$$\left( [h_{\alpha_i^\vee}, e_i] = \frac{2(\alpha_i, \alpha_i)}{(\alpha_i, \alpha_i)} e_i = 2e_i \right)$$

$\omega_i$ – фунд. веса $\qquad (\omega_i, \alpha_j) = \delta_{i,j}$

$p_{-1} = \sum_i f_i$

---

$MOp_G(D) = \{ d + p_{-1} + u(t) \} \qquad u(t) \in \mathfrak{h}[[t]]$

$u(t) = \sum u_i(t) h_{\omega_i}$

$u_i(t) = \sum_{m=0}^{\infty} u_{i,-m-1} t^m; \qquad \mathbb{C}[MOp_G(D)] = \mathbb{C}[u_{i,-m-1}]$

$i = 1, \dots, rk\, \mathfrak{g}$

$m = 0, 1, \dots$

$\mathbb{C}[MOp_G) \longleftrightarrow \mathbb{C}[Op_G]$

Claim образ – это функц., инвар. отн. калибровочных преобр.

$$[x_i(t) e_i,\ \partial_t + p_{-1} + u(t)] = -\partial_t x_i(t) e_i + x_i(t)[e_i, p_{-1}] + x_i(t)[e_i, u(t)] =$$

$$= -\partial_t x_i(t) e_i + x_i(t) h_{\alpha_i^\vee} - x_i(t)\cdot e_i u_i(t)$$

Хочу: $\partial_t x_i(t) = -x_i(t)\cdot u_i(t)$

$$u_i(t) = \sum_{m=0}^{\infty} u_{i,-m-1} t^m;$$

$$x_i(t) = \exp\left(-\sum \frac{u_{i,-m}}{m} t^m\right).$$

Обозн $x_i(t) = \sum_{n\le 0} x_{i,n} t^{-n}$

$$S_i = \sum_{j=1}^{rk(\mathfrak{g})} a_{ij} \sum_{n\le 0} x_{i,n} \frac{\partial}{\partial u_{j,-n-1}} \curvearrowright \mathbb{C}[MOp_G^{gen}(D)]$$

скрининг где $a_{ij} = 2\frac{(\alpha_i,\alpha_j)}{(\alpha_i,\alpha_i)}$ – матр. Картана

Теорема $\mathbb{C}[Op_G(D)] = \bigcap_i \ker S_i \subset \mathbb{C}[MOp_G^{gen}(D)]$

Док-во (1) $\mathbb{C}[Op_G(D)] \subset \bigcap_i \ker S_i$

$$x_i(t) e_i \rightsquigarrow \delta(u_j(t)) = \alpha_j(\delta u(t)) =$$

$$= \alpha_j(x_i(t) h_{\alpha_i^\vee}) = (\alpha_i^\vee, \alpha_j) = a_{ij} x_i(t) \rightsquigarrow S_i$$

(2) $MOp_G^{gen}(D) \xrightarrow{\pi} Op_G(D)$ – глав. $N$-рассл.

Действие $N$ получается инт. действ. $S_i$

Слои $\pi$ – флаги в нуле

$\exp(S_i)$ действ. на флаге в нуле

$S_i\big|_{t=0} = e_i$, порожд. $\mathfrak{n} \xrightarrow{\exp} N$