● Конечномерная ситуация $U \subset G/B$ – откр клетка

$U \simeq N$

Имеем $\mathfrak{g} \to Vect(U)$ хотим $\mathfrak{g} \to Diff_{\leq 1}(U)$

$J^a \mapsto \sum P^a_\alpha(x) \frac{\partial}{\partial x_\alpha}$ хотим $J^a \mapsto \sum P^a_\alpha(x) \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + R^a(x)$

Лемма отобр $R: \mathfrak{g} \to \mathbb{C}[U]$, $J = \sum c_a J^a \mapsto \sum c_a R^a$

удовлетворяет $J \cdot R(J') - J' \cdot R(J) - R([J, J']) = 0$

1 коцепь

Когомологический комплекс $0 \to \mathbb{C}[U] \to Hom(\mathfrak{g}, \mathbb{C}[U]) \to Hom(\Lambda^2 \mathfrak{g}, \mathbb{C}[U]) \to 0$

Хотим найти $Z^1(\mathfrak{g}, \mathbb{C}[U])_0$ – вес отн $\mathfrak{h}$

$Z^1(\mathfrak{g}, \mathbb{C}[U])_0 = H^1(\mathfrak{g}, \mathbb{C}[U])$ т.к $\mathbb{C}[U]_0 = \langle 1 \rangle$, $\delta 1 = 0$

Как $\mathfrak{n}_+$ модуль $\mathbb{C}[U] = V_0^+$ контрагр. модуль Верма

$\exists$ невырожд. спаривание $U(\mathfrak{n}_+) \otimes \mathbb{C}[U] \to \mathbb{C}$

$X \otimes f \mapsto Xf|_{const}$

Значит $H^1(\mathfrak{g}, \mathbb{C}[U])_0 \simeq H^1(\mathfrak{b}, \mathbb{C})_0$ – лемма Шапиро

Все $\mathfrak{h}$ инв функционалы $\mathfrak{b} \to \mathbb{C}$ – это $\mathfrak{h} \to \mathbb{C}$ $\quad H^1[\mathfrak{h}, \mathbb{C}] = \mathfrak{h}^*$

- Более явно. Для $\lambda : \mathfrak{h} \to \mathbb{C}$ определим $R|_{\mathfrak{n}_+} = 0$ $\quad R|_{\mathfrak{h}} = \lambda$. Далее определяем

$R(f_\beta)$ через уравнения $\quad e_\alpha \cdot R(f_\beta) =$ "что-то известное"

любая такая согласованная система разрешима

- Вывод $\forall \lambda \in \mathfrak{h}^*$, $\exists R : \mathfrak{g} \to \mathbb{C}[U]$ т.ч. получается гомоморф. алг. Ли $J^a \mapsto \sum P^a_\alpha(x) \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + R^a(x)$

Ограничения $\quad R(e_\alpha) = 0 \quad \alpha \in \Delta_+$

$R(h) = \lambda(h) \quad h \in \mathfrak{h}$

$R(f_\alpha)$ – что-то, но $R(f_i) = c_i x_{\alpha_i}$, если α_i – простой.

Пример $\quad \mathfrak{g} = \mathfrak{sl}_2$

$e \mapsto \partial_x$

$h \mapsto -2x\partial_x + \lambda$

$f \mapsto -x^2\partial_x + \lambda x$

- Формулы. Пусть в конечномерной ситуации

J^a — базис $\quad [J^a, J^b] = C^{ab}_d J^d$

$J^a \mapsto \sum P^a_\alpha(x) \frac{\partial}{\partial x_\alpha}$ $\Rightarrow$ система дифуров

$$\boxed{\begin{aligned}\sum_{d,\gamma} C^{db}_d \, p^d_\gamma \frac{\partial}{\partial x_\gamma} &= \left[\sum p^a_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\gamma}, \sum p^b_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta}\right] \\ &= \sum_{\alpha,\beta,\gamma} \left(p^d_\alpha \frac{\partial p_\gamma}{\partial x_\gamma} - p^b_\beta \frac{\partial p^a_\gamma}{\partial x_\beta}\right) \frac{\partial}{\partial x_\gamma}\end{aligned}}$$

- Аффинно $\quad J^a(z) = \sum P^a_\alpha(a^*(z)) a_\alpha(z) \in Vect(\mathcal{L}U)$

$$\delta(z,w) \sum C^{ab}_d J^d(z) = [J^a(z), J^b(w)] =$$

$$= \delta(z,w) \sum \left(p^d_\alpha \frac{\partial p_\gamma}{\partial a^*_\alpha} - p^b_\beta \frac{\partial p^a_\gamma}{\partial a^*_\beta}\right) a_\gamma(z)$$

$$\| $$

$$\delta(z,w) \sum_{d,\gamma} C^{db}_d \, p^d_\gamma (a^*(z)) a_\gamma(z)$$

<u>Вывод</u> J^a выше удовл $\mathcal{L}\mathfrak{g}$

- Аффинно с "удлинением"

Конечномерно $J^a \mapsto \sum p^a_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} + R^a$

уравнение $\boxed{\sum_d c^{ab}_d R^d = \sum_\alpha \left(p^a_\alpha \frac{\partial R^b}{\partial x_\alpha} - p^b_\alpha \frac{\partial R^a}{\partial x_\alpha}\right)}$

аффинно $J^a(z) \mapsto \sum p^a_\alpha(a^*(z))\, a_\alpha(z) + R^a(a^*(z))$

всилу уравнения соотношения в $L\mathfrak{g}$ выполнятся

- После центрального расширения

$$J^a(z) \mapsto \sum :p^a_\alpha(a^*(z))\, a_\alpha(z): + B^a(a^*(z), \partial a^*(z)) + \underbrace{R^a(a^*(z))}_{\text{добавка}} \quad (?)$$

добавка к $[J^a(z), J^b(w)]$ не зависит от B

$$\delta(z,w) \sum \left(p^a_\alpha \frac{\partial R^b}{\partial a^*_\alpha} - p^b_\alpha \frac{\partial R^a}{\partial a^*_\alpha}\right) = \delta(z,w) \sum c^{ab}_d R^d$$

Лемма

Если: ① $J^a(z) \mapsto \sum : P^a_2(a^*(z))\, a_2(z): + B^a(a^*(z), \partial a^*(z))$ удовл $\hat{\mathfrak{g}}_{kc}$

② R^a удовл дифуру выше

то J^a по формуле выше удовл $\hat{\mathfrak{g}}_{kc}$

Д-во

- $[R^a(a^*(z)), R^b(a^*(z))] = 0$
- $[R^a(a^*(z)), B^b(a^*(z))] = 0$

$\Rightarrow$ Единственный новый коммутатор

$$[:P(a^*(z))a_2(z):, R(a^*(w))] = \text{/формула Вика/} = P(a^*(z)) \frac{\partial R}{\partial a^*_2}(a^*(z))\, \delta(z,w) \qquad \square$$

Теорема $\alpha^* \omega = i_* \sigma$, где

$$\begin{tikzcd}
0 \arrow[r] & A_0 \arrow[r] & A_{\le 1} \arrow[r] & Vect(LU) \arrow[r] & 0 \\
0 \arrow[r] & \mathbb{C} \arrow[r] \arrow[u, "i"] & \hat{\mathfrak{g}} \arrow[r] & L\mathfrak{g} \arrow[r] \arrow[u, "\alpha"] & 0
\end{tikzcd}$$

$\omega \in H^2(Vect(LU), A_0)$

$\sigma \in H^2(L\mathfrak{g}, \mathbb{C})$

$\alpha^* \omega,\ i_* \sigma \in H^2(L\mathfrak{g}, A_0)$

План д-ва

Шаг 1 Пусть $\psi_{a,n}, \psi^*_{a,n}$ — алг Клиффорда.

$Hom(\Lambda^\ell L\mathfrak{g} \to A_0)$ — топологически порожден $\psi^*_{a_1,-k_1} \cdots \psi^*_{a_\ell,-k_\ell} f$

т.ч: $(\psi^*_{a_1 k_1} \cdots \psi^*_{a_\ell, k_\ell} f)(J_{a_1,k_1} \wedge \dots \wedge J_{a_\ell,k_\ell}) = f$

Опр локальные функц. $\oint Y(\psi^*_{a_1 n_1} \cdots \psi^*_{a_\ell n_\ell} a^*_{\alpha_1, m_1} \cdots a^*_{\alpha_j, m_j} |0\rangle, z)\, dz$

здесь $Y(\psi^* \cdots \psi^* a^* \cdots a^* |0\rangle, z)$ — вертексный оператор в верт. алгебре $M_{a,a^*,n_+} \otimes M_{ce,\mathfrak{g}}$ — верт. алг. Клиффорда

верт. алг. Гейзенберга

Лемма Локальные функционалы — подкомплекс

Лемма $\alpha^*(w), i_*(G)$ — лежат в локальном подкомплексе

Д-ВО

$$C_*(G) = \sum_{a,b} k_c(J^a, J^b)\, n \psi^*_{a,-n} \psi^*_{b,n} = k_c(J^a, J^b) \oint Y(\psi^*_{a,-1} \psi^*_{b,0}|0\rangle, z)\, dz$$

$$\mathcal{L}^* w(J(z), \tilde{J}(w)) = w(:\sum P_\alpha(a^*) a_\alpha:, :\sum \tilde{P}_\beta(a^*) a_\beta:)$$

$$= \sum \delta^{(m+n+1)}(z,w)\, Y\left(\frac{\partial P_\alpha}{\partial a^*_{\beta,-n}}, z\right) Y\left(\frac{\partial \tilde{P}_\beta}{\partial a^*_{\alpha,-m}}, w\right)$$

$$= \delta^{(1)}(z,w) \sum Y\left(\frac{\partial P_\alpha}{\partial a^*_{\beta,0}}, z\right) Y\left(\frac{\partial \tilde{P}}{\partial a^*_{\alpha,0}}, w\right)$$

$$\mathcal{L}^* w(J_n, \tilde{J}_m) = \oint \Big(Y\Big(T \frac{\partial P_\alpha}{\partial a^*_{\beta,0}} \frac{\partial \tilde{P}}{a^*_{\alpha,0}}\Big) w^{n+m}$$

$$+ n Y\Big(\frac{\partial P_\alpha}{\partial a^*_{\beta,0}} \frac{\partial \tilde{P}_\beta}{\partial a^*_{\alpha,0}}, w\Big) w^{n+m-1}\Big)\, dw$$

$$\mathcal{L}^* w = \sum_{a\, b} \int Y\Big(\psi^*_{a,0} \psi^*_{b,0}\, T \frac{\partial P_\alpha}{\partial a^*_{\beta,0}} \frac{\partial \tilde{P}_\beta}{\partial a^*_{\alpha,0}} + \psi^*_{a,-1} \psi^*_{b,0} \frac{\partial P_\alpha}{\partial a^*_{\beta,0}} \frac{\partial \tilde{P}_\beta}{\partial a^*_{\alpha,0}} w\Big)\, dw$$

Локальный

- локальный комплекс состоит из

$\int \mathcal{Y}(\varphi^*_{a,-n} \dots a^*_{d,-n}, z)$ плотности $\longleftrightarrow$ $\Lambda^\bullet L_+\mathfrak{g} \otimes \mathbb{C}[L_+ U]$

где $L_+\mathfrak{g} = \mathfrak{g}[[t]]$, $L_+ U = U[[t]] = N[[t]]$

все сводится к когомологиям $H^\bullet(L_+\mathfrak{g}, \mathbb{C}[L_+ U])$

<u>Лемма</u> $\mathbb{C}[L_+ U]$ - косвободный $L_+ n_+$ модуль

косвободный : невыр спаривание $\mathbb{C}[L_+ U]_\lambda \otimes U(L_+ n_+)_\lambda \to \mathbb{C}$

<u>Пример</u> sl_2 $\mathbb{C}[L_+ U] = \mathbb{C}[a^*_0, a^*_{-1}, \dots\ ]$

$L_+ n_+ = \langle e_0, e_1 \dots \rangle$ $e_i \to a_i$

В общем случае $\mathbb{C}[L_+ U] = \mathbb{C}[a^*_{\alpha,-n}]$

$$e_{\alpha,n} \mapsto a_{\alpha,n} + \sum_{\beta>\alpha} P^{\beta}_{\alpha}(a^*)\, a_{\beta,m}$$

<u>Лемма</u> $H^{\cdot}(L_+\mathfrak{g}_+, \mathbb{C}[L_+U]) = H^{\cdot}(L_+\mathfrak{b}_-, \mathbb{C})$

<u>Лемма</u> $H^{\cdot}(L_+\mathfrak{b}_-, \mathbb{C})_0 = H^{\cdot}(L_+\mathfrak{h}, \mathbb{C})$

<u>Следств</u> Достаточно сравнить $\alpha^*\omega$ и $i_*\sigma$ на $\Lambda^2\mathfrak{h}$.

- Итого на критическом уровне

$$e_i(z) \mapsto a_{\alpha_i}(z) + \sum_{\beta>\alpha_i} :P^{\beta}_i(a^*(z))\, a_\beta(z):$$

$$h_i(z) \mapsto -\sum_{\beta} \beta(h_i) :a^*_\beta(z)\, a_\beta(z): + b_i(z)$$

$$f_i(z) \mapsto \sum :Q^{\beta}_i(a^*(z))\, a_\beta(z): + c_i\, \partial a^*_{\alpha_i}(z) + b_i(z)\, a^*_{\alpha_i}(z)$$

Константы c_i: $\quad e_i(z) f_i(w) \sim \frac{k_c(e_i, f_i)}{(z-w)^2} + \frac{h_i(w)}{z-w}$

$c_i = k_c(e_i, f_i)$ – критическое скалярное произведение

- Для произв. уровня $[b_{i,n}, b_{i,m}] = (k-k_c)\, n\, \delta_{n+m}\delta_{i,j}$

есть отобр вертекс. алгебр $V_k(\mathfrak{g}) \to M_{aa^*(\mathfrak{n})} \otimes \pi_{k-k_c}$

$e_i(z) \mapsto a_i(z) + \sum_{\beta > \alpha_i} :P_i^\beta(a^*(z))\, a_\beta(z):$

$h_i(z) \mapsto -\sum_\beta \beta(h_i) :a_\beta^*(z)\, a_\beta(z): \; + b_i(z)$

$f_i(z) \mapsto \sum :Q_i^\beta(a^*(z))\, a_\beta(z): + (c_i + (k-k_c)(e_i, f_i))\, \partial a_{\alpha_i}^*(z) \; + b_i(z) a_{\alpha_i}^*(z)$

Д-во: совпадают на $\Lambda^2 \mathfrak{h}$ => коэффициенты фиксируются из весов и центр расшир.

Конформная структура

$$T^{Sug}(z) = \frac{1}{2(k-k_c)} \sum : J^a(z) J_a(z):$$

<u>Теор</u> при гомоморф Вакимото

$$T^{Sug}(z) \longmapsto \sum_\alpha :a_\alpha(z)\partial a_\alpha^*(z): + \frac{1}{2}\sum :b_i(z) b^i(z): - 2(\rho, \partial b)$$

<u>Замеч</u>

$$T(z)\, a_\alpha(w) = \frac{a_\alpha(w)}{(z-w)^2} + \frac{\partial a_\alpha(w)}{(z-w)} + \text{рег} \quad a_\alpha \text{ размерности } 0$$

$$T(z)\, a_\alpha^*(w) = \frac{\partial a_\alpha^*(w)}{z-w} + \text{рег} \quad a_\alpha^* \text{ размерности } 1$$

добавка $(\rho, \partial b)$ — сдвигает центр заряд

<u>План д-ва</u>

Возможные члены в образе $T^{Sug}(z)$ (т.е. члены размерности 2) и h веса 0

$a_\alpha \partial a_\alpha^*$ $\quad \partial b_i \partial b_j$ $\quad \partial^2 b_i$

$a_\alpha a_\beta a_{\tilde\alpha}^* a_{\tilde\beta}^*$ $\quad a_\alpha a_\alpha^* \partial b_i$ $\quad \partial a_\alpha a_\alpha^*$ $\quad \partial a_{\alpha+\beta} a_\alpha^* a_\beta^*$ $\quad a_{\alpha+\beta} \partial a_\alpha^* a_\beta^*$

$\alpha+\beta = \tilde\alpha + \tilde\beta$

<u>Шаг 1</u> Заметим, что $L_n^{sug}\Big|_{\mathbb{C}[a^*_{2,0}]|0\rangle} = 0$. При $n>0$ это

по соображ градуировки. Для L_0^{sug} — казимир C_2 на $\mathbb{C}[a^*_{2,0}]|0\rangle$, а это контраг. мод. Верма $M_0^+ \Rightarrow L_0^{sug}\Big|_{\mathbb{C}[a^*_{2,0}]|0\rangle} = C_2\Big|_{M_0^+} = 0$

Запрещает все члены во второй строке кроме $a_{2+\beta}\partial a_2^* a_\beta^*$

<u>Шаг 2</u> $L_0^{sug} a_{2,-1}|0\rangle = 0$, $L_1^{sug} a_{2,-1}|0\rangle = a_{2,-1}|0\rangle$

по сообр. градуировки

индукция по 2 начиная с больших, где $e_2 = a_2$.

Запрещает $a_{2+\beta}\partial a_2^* a_\beta^*$, фиксирует коэфф $\sum a_2 \partial a_2^*$

<u>Шаг 3</u> $L_1\, h_{i,-1}|0\rangle \sim h_0|0\rangle = 0$ $L_0\, h_{i,-1} = h_{i,-1}$

$h_{i,-1} = \left(-\sum \beta(h_i)\, a^*_{0,\beta}\, a_{\beta,-1} + b_{i,-1}\right)$

на первом слагаемом $L_1 \cdot \begin{pmatrix}\text{перв}\\ \text{слаг}\end{pmatrix} = -\sum_{\beta} \beta(h_i)|0\rangle = -2\rho(h_i)|0\rangle$ $\Rightarrow$ Фикс. коэфф при $\partial b_i \partial b_j$ и $\partial^2 b_i$

$L_0 \cdot \begin{pmatrix}\text{перв}\\ \text{слаг}\end{pmatrix} = \text{перв слаг}$

- На критическом уровне "выживает" квазиконформная структура: действие $\mathrm{Diff}(\mathbb{C}[[t]]) = \langle t^k \partial_t \mid k \geq 0 \rangle = \{ L_{k-1} \mid k \geq 0 \}$

Есть градуировка и оператор $T = L_{-1}$

Параболическая индукция или $G_0 \neq H$

- Пример $G = GL_{N+1}$ $\quad G_0 = GL_N \times GL_1$ $\quad G_+ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & * \\ & \ddots & & \vdots & * \\ & & & 0 & * \\ & 0 & & 1 & * \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$

$$U(\mathfrak{gl}_{N+1}) \to U(\mathfrak{gl}_N) \otimes \mathrm{Diff}(\mathbb{C}^N) \otimes \mathbb{C}[\lambda]$$

$$\begin{cases} E_{ij} \mapsto \tilde{E}_{ij} - x_j \partial_i & 1 \le i, j \le N \\ E_{i,N+1} \mapsto \partial_i \\ E_{N+1,N+1} \mapsto \lambda + \sum x_i \partial_i \\ E_{N+1,j} \mapsto \sum_i \tilde{E}_{i,j} x_i - \lambda x_j - x_j \sum_i x_i \partial_i \end{cases}$$

Если есть $V^{(N)}$ — предст $\mathfrak{gl}_N$

$V^{(1)}$ — предст $\mathfrak{gl}_1$

$V^{(N)} \otimes V^{(1)} \otimes \mathbb{C}[G_+]$

предст GL_{N+1}

Вообще по $V^{(0)}$ — предст $\mathfrak{g}_0$ строится
$V^{(0)} \otimes \mathbb{C}[G_+]$ — предст $\mathfrak{g}$

- Геометрически

$$G \longrightarrow G/G_- \longrightarrow G/G_-G_0$$
$$\cup$$
$$G_0 \times G_+ \longrightarrow G_+$$

Действие $\mathfrak{g}$: $\mathfrak{g} \to \mathrm{Vect}(G_0 \times G_+)$ $\qquad \mathfrak{g} \to \mathrm{Vect}(G_+)$

<u>Лемма</u> Отображение пропускается через
<u>$\mathfrak{g} \to \mathrm{Vect}(G_+) \oplus$</u> $\mathbb{C}[G_+] \otimes \mathfrak{g}_0 \to \mathrm{Vect}(G_0 \times G_+)$

Пример пропускающего отобр. был выше

<u>Следств</u> Если V^0 — предст $\mathfrak{g}_0$, то
$\mathfrak{g}$ действует на $V_0 \otimes \mathbb{C}[G_+]$

Пример 1 Если V_0 - $\lambda: G_0 \to \mathbb{C}^*$ одномерное представ. то мы получаем $\mathfrak{g}$ действует на $\mathbb{C}[G_+]_\lambda$

Пример 2 Если $V^{(0)}$ - модуль Вакимото, то V - модуль Вакимото.

Д-во леммы Пусть $g_0 \in G_0$, $g_+ \in G_+$, $X \in \mathfrak{g}$

$$g_0 g_+ e^{\varepsilon X} = g_0 (g_+ e^{\varepsilon x})_- (g_+ e^{\varepsilon x})_0 (g_+ e^{\varepsilon x})_+$$

$$= \underbrace{(\#)_-}_{\text{не важно}} g_0 (g_+ e^{\varepsilon x})_0 (g_+ e^{\varepsilon x})_+$$

Дифференцируя по ε имеем

$$X \mapsto \frac{d}{d\varepsilon}(g_+ e^{\varepsilon x})_0 + \frac{d}{d\varepsilon}(g^+ e^{\varepsilon X})_+$$

ничего не зависит от g_0

правые сдвиги — $\cap$ $\mathfrak{g}_0 \otimes \mathbb{C}[G_+]$ $\quad$ $\cap$ $\mathrm{Vect}(\mathfrak{g}_+)$ — то что было ранее

$\square$

- Вычисление для sl_2.

Ф-ла для разложения
$$\begin{pmatrix}1&0\\a&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^b&0\\0&e^{-b}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&c\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e^b&0\\ae^b&e^{-b}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&c\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e^b&e^bc\\e^bc&e^{-b}\end{pmatrix}$$

- $$\begin{pmatrix}e^y&0\\0&e^{-y}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&x\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\\varepsilon&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e^y&0\\0&e^{-y}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+\varepsilon x&x\\\varepsilon&1\end{pmatrix}=$$
$$=\begin{pmatrix}e^y(1+\varepsilon x)&e^yx\\e^{-y}\varepsilon&e^{-y}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\\#&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^y(1+\varepsilon x)&0\\0&e^{-y}/(1+\varepsilon x)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&x/(1+\varepsilon x)\\0&1\end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix}1&0\\\#&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^{y+\varepsilon x+o(\varepsilon)}&0\\0&e^{-y-\varepsilon x-o(\varepsilon)}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&x-\varepsilon x^2+o(\varepsilon)\\0&1\end{pmatrix}$$

- $$\begin{pmatrix}e^y&0\\0&e^{-y}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&x\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}e^\varepsilon&0\\0&e^{-\varepsilon}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}e^{y+\varepsilon}&0\\0&e^{-y-\varepsilon}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&x-2\varepsilon x+o(\varepsilon)\\0&1\end{pmatrix}$$

$$f\mapsto x\partial_y-x^2\partial_x,\quad h\mapsto -2x\partial_x+\partial_y,\quad e\mapsto\partial_x$$

Замеч 1 Классически $T^*G \overset{\mu_R}{\underset{\mu_L}{\rightrightarrows}} \mathfrak{g}^*$

Фиксируем $\mu_L|_{\mathfrak{g}_0} = \lambda \in \mathfrak{g}_0^*$, и выражаем μ_R через $g_+ \in G_+$ и $\lambda_- \in \mathfrak{g}_+^* \simeq \mathfrak{g}_-$

Получаем $S(\mathfrak{g}) \to \mathbb{C}[T^*G_+] \otimes S(\mathfrak{g}_0)$

Двойственно $\mathfrak{g} \leftarrow T^*G_+ \times \mathfrak{g}_0$

$-g_+^{-1}(\lambda_0 + \lambda_-)g_+ \leftarrow\!\dashv (g_+, \lambda_-) \times (\lambda_0)$

Замеч 2 Это все аффинизируется, $\mathfrak{g}_0 = \oplus \mathfrak{m}_i$ простые

Пусть $\mathfrak{g}_0 = \oplus \mathfrak{m}_i$ – простые

Тогда $\exists$ $V_k(\mathfrak{g}) \to \otimes V_{k_i}(\mathfrak{m}_i) \otimes M_{aa^*, \mathfrak{g}_+}$

Если $k - k_{c_{\mathfrak{m}_i}}$ – это ограничение $k - k_{c_{\mathfrak{g}}}$ на $\mathfrak{m}_i$