Янгианы и слайсы в аффинном грассманиане

Аффинный грассманиан

- $\mathbb{C}((t))$ = ряды Лорана по t. $\qquad G = GL_n$
- Есть $G((t))/G[[t]]$ и $G((t^{-1}))/G[t]$

тонкий — толстый

я сегодня игнорирую разницу

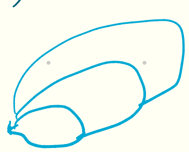
- $Gr_V = \{L \subset \mathbb{C}^n((t^{-1})) \mid L$ - своб $\mathbb{C}[t]$ модуль ранга $n\}$
- Спец. решетки $L_0 = \langle e_1, e_2, \dots, e_n\rangle_{\mathbb{C}[[t]]} = \{\sum f_i(t) e_i \mid f_i \in \mathbb{C}[t]\}$

$t^\lambda L_0 = \langle t^{\lambda_1} e_1, t^{\lambda_2} e_2, \dots, t^{\lambda_n} e_n\rangle$

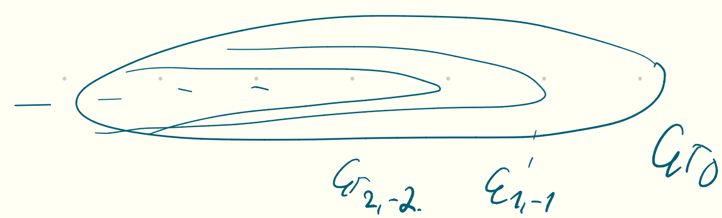
- $G_1[[t^{-1}]] = \{1 + t^{-1} g_1 + t^{-2} g_2 + \dots \mid g_i \in Mat_n\} \subset G((t^{-1}))$

$Gr^\lambda = G[t]\, t^\lambda L_0$ — конечн разм

$Gr_\lambda = G_1[[t^{-1}]]\, t^{w_0(\lambda)} L_0$ — конечн коразм



$Gr^0 \subset Gr^{1,-1} \subset Gr^{2,-2}$



Скобка на Gr

- Есть тройка Манина $(\mathfrak{g}((t^{-1})), \mathfrak{g}[t], \mathfrak{g}((t^{-1})))$

спаривание $(A(t), B(t)) = \oint \mathrm{Tr}(A(t)B(t))\,dt$

- $\mathrm{Gr} = G((t))/G[t]$ — фактор группы Пуассона-Ли по подгр Пуассона Ли $\Rightarrow$ Пуассоново многообр

- $\mathrm{Gr}_0 \sim G_1[[t^{-1}]]$, как Пуассоново многообр. скобка на $G_1[[t^{-1}]]$ $\{T(u) \otimes T(v)\} = \left[\frac{P}{u-v}, T(u)T(v)\right]$

- $\mathrm{Gr}^{\lambda}_{\mu} = \mathrm{Gr}_{\mu} \cap \mathrm{Gr}^{\lambda}$ (?)

- <u>Факт</u> $\mathrm{Gr}^{\lambda}_{\mu}$ — симпл. листы на Gr

Янгиан.

- RTT $t_{ij}^{(r)}$ $\quad r \geq 1$ $\quad t_{ij}^{(0)} = \delta_{ij}$ $\quad 1 \leq i, j \leq n$

$$R(u-v)\, T_1(u)\, T_2(v) = T_2(v)\, T_1(u)\, R(u-v)$$

$$T(u) = \sum E_{ij} \otimes \sum t_{ij}^{(r)} u^{-r-1} \qquad R = 1 - \frac{P}{u}\hbar$$

- можно написать

$$\left[t_{ij}^{(r)}, t_{kl}^{(s)}\right] = \sum_{a=1}^{\min(r,s)} \left(t_{kj}^{(a-1)} t_{il}^{(r+s-a)} - t_{kj}^{(r+s-a)} t_{il}^{(a-1)}\right)$$

- Есть еще реализация Дринфельда

Две фильтрации

- $\deg t_{ij}^{(r)} = r-1$ $\qquad Y \rightsquigarrow U(\mathfrak{gl}_n[t])$
- $\deg t_{ij}^{(r)} = r$ $\qquad Y \rightsquigarrow$ ком алг

<u>Теор</u> скобка Пуасс на $\mathrm{gr}\, Y$ — скобка на gr_0

- Аналогия $U_q(\mathfrak{g})$ — квантование $\begin{cases} U(\mathfrak{g}) \\ \mathbb{C}[G^*] \end{cases}$

Квантования

- Y — квантование Gr_0

сдвинутый янгиан — квантование Gr_λ

сдвинутый усеченный янгиан ~ квантование Gr_λ^μ

- Теорема Брундана-Клещева ~ связь между Gr_λ^μ и срезами Слодовы

$$\begin{array}{ccc} Y & \text{- - - - -} & Gr \\ | & & \\ W_e & \text{- - - - -} & S_e \end{array}$$

- Коумножение $Y_G \to Y_{G'} \otimes Y_{G''}$ — из геом Gr